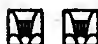
III.

VÝROČNÍ ZPRÁVA

c. k. státního gymnasia

v Prostějově

za školní rok 1908-9.



OBSAH:



V Prostějově 1909.

Tiskem knihtiskárny Václava Horáka v Prostějově. — Nákladem vlastním.

OBSAH:



Archimedův výklad Eratosthenovi o mechanických způsobech zkoumání.

(Z řečtiny přeložil Fr. Vrána.)

Úvod.

R. 1899. vydal v Petrohradě Papadopulos Kerameus IV. svazek „Jerusalemské bibliotéky“, v němž jest zaznamenán řecký rukopis mathematického obsahu, z něhož jest několik řádků na ukázku uvedeno. Na tento rukopis upozornil prof. Dr. H. Schöne známého badatele v otázce Archimedovské J. L. Heiberga, professora na universitě Kodaňské, který z uvedených ukázek poznal ihned, že jest to spis Archimedův. Žádal pak prostřednictvím diplomacie o zapůjčení dotyčného rukopisu, ale marně. Proto odebral se sám v roce 1906 v létě do Cařihradu, kde jest onen rukopis chován v knihovně Metochionu kláštera „Svatého hrobu“ a tam jednak srovnával nový rukopis s texty Archimedových spisů již známých, jednak některé části opisoval. Záhy však seznal, že nový rukopis obsahuje mimo spisy již známé též některé věci nové, dosud neznámé. Poněvadž však neměl dosti času, aby vše na místě prozkoumal a opsal, dal ostatní listy fotografovati a z těchto fotografických snímků později celý spis, pokud byl zachován a čitelný, sestavil. Řecký text uveřejnil pak r. 1907 v časopise „Hermes, Zeitschrift für klassische Philologie“, z něhož podepsaný překládal.

Rukopis pochází asi ze století XII.–XIII. a obsahuje vedle textu též obrázky geometrické, ale jen zběžně načrtnuté, které nebyly vůbec nikdy úplně provedeny. Obrázky dají se ostatně dle textu snadno sestrojiti. Spisy v rukopise zachované lze rozděliti na tři skupiny, dle toho, jak nám jsou odjinud známy. Do skupiny první náležejí spisy, které již nám byly známy z jiných rukopisů zachovaných v řeči řecké. Jsou to veliké části spisů „O kouli a válci“, skoro celé dílo „O závitnicích“, něco ze spisu „Měření kruhu“ a ze spisu „O rovnováze“. Do skupiny druhé náleží spis „O tělesech plovoucích“, který se řecky nezachoval a jejž známe jen z latinského překladu od Viléma z Moerbeku. Do třetí skupiny náležejí dva spisy, které byly v rukopisech dosud neznámy. Jest to velká část spisu „Archimedův výklad Eratosthenovi o mechanických způsobech zkoumání“, který jest v následujícím článku v překladě uveden, a počátek spisu „Archimedovo Stomachion“, z něhož jest však zachován jen nepatrný zlomek. První spis byl znám toliko ze tří citátů uvedených v Heronově spise „Metrika“ a z poznámky, že Theodosios napsal komentář k „Archimedově výkladu“, kteráž jest uvedena u Suidasa. Ze spisu samého dovídáme se hned na počátku, že byl Archimedes ve styku s Eratosthenem, známým

mathematikem Alexandrinským, jemuž v tomto spise sděluje zcela nový způsob odvozování mathematických pouček, který má svůj základ jednak v nauce o rovnováze na páce a jednak ve zcela novém nazírání na geometrické útvary, kteréž se úplně shoduje s naším počtem integrálním. Hlavním obsahem tohoto spisu jsou dvě věty geometrické, z nichž první se týká obsahu úseku, který vznikne ve válci vepsaném do pravidelného čtyřbokého hranolu, vede-li se rovina sečná středem základny válce a jednou stranou čtverce v základně protější. Druhá věta určuje krychlový obsah útvaru obsaženého ve dvou válcích na vzájem se pronikajících, které jsou vepsány do krychle tak, že jejich osy stojí k sobě kolmo. Důkaz této věty, který byl zakončením celého spisu, se však nezachoval. Dříve však, nežli Archimedes přistoupil k řešení obou uvedených úkolů, objasňuje svůj nový způsob dokazování geometrických pouček na několika jednodušších příkladech, v nichž odvozuje buď poměr plošných obsahů dvou útvarů rovinných, nebo poměr krychlových obsahů dvou těles, a nebo hledá polohu těžiště některých těles. Shoda methody Archimedovy s naším počtem integrálním jeví se v tom, že Archimedes rozkládá si ku př. trojúhelník, rovnoběžník nebo úseč parabolickou v úsečky spolu rovnoběžné, určuje poměr dvou stejnolehlých úseček, z nichž jedna leží v jednom a druhá ve druhém útvaru a předpokládá, že i součty těchto úseček čili celé útvary z nich složené jsou v témže poměru. Podobně si vede i při určování krychlového obsahu některých těles rotačních. Předpokládá totiž, že se koule nebo její úsek skládá z kruhů kolmých k některému průměru čili zase spolu rovnoběžných. Podobně i válec a kužel rozkládá si v kruhy rovnoběžné se základnou a rotační ellipsoid, paraboloid a hyperboloid v kruhy k ose kolmé. Též hranol rozkládá si buď v rovnoběžníky nebo v trojúhelníky. Zastupují mu tedy tyto kruhy náš pojem differenciálu krychlového obsahu, jak jej užíváme při kubatuře těles a ony úsečky náš differenciál plochy při kvadratuře ploch.





Archimedes Eratosthenovi pozdrav vzkazuje.

Odeslal jsem Ti dříve některé z nalezených vět, napsav jejich obsah, a vybídl jsem Té, bys nalezl tyto důkazy, které jsem až do přítomné doby nevyslovil. Byly pak nalezených vět obsahy tyto:

První: Vepíše-li se do přímého hranolu, majícího za základnu rovnoběžník, válec, mající základny v protilehlých rovnoběžnících, plášť pak na ostatních stěnách hranolu, a proloží-li se rovina středem kruhu, který jest základnou válce a jednou stranou čtverce v protilehlé rovině, odetne proložená rovina z válce úsek, který jest omezen pláštěm válce a dvěma rovinami a to jednou proloženou, druhou však, v níž jest základna válce, a pláštěm válce mezi řečenými rovinami. Jest pak úsek z válce oddělený šestým dílem celého hranolu.

Druhé věty obsah jest tento: Vepíše-li se do krychle válec, mající základny v protilehlých rovnoběžnících, plášť však dotýkající se ostatních čtyř stěn a vepíše-li se pak do téže krychle jiný válec, mající základny v jiných rovnoběžnících, plášť však dotýkající se ostatních čtyř stěn, jest útvar omezený plášti válců, který jest v obou válcích obsažen, polovicí celé krychle.

Přihází se však, že tyto výsledky zkoumání se líší od těch dříve vyslovených. Neboť zajisté ony útvary, totiž sféroidy a konoidy a jejich úseky, srovnali jsme co do velikosti s útvary kuželů a válců, žádný však z nich nebyl shledán rovný tělesnému útvaru omezenému rovinami; z těchto však útvarů dvěma rovinami a plášti válců omezených každý jednomu tělesnému útvaru z omezených rovinami rovný se shledává. Těchto tedy vět důkazy v této knize napsav Tobě odesílám. Vida pak Tebe, jak právě říkám, ve vědě horlivého a v popředí filosofie stojícího pamětihodně . . . . a zkoumání si vážícího, rozhodl jsem se Tobě dopsati a do této knihy vložiti zvláštnost jakéhosi způsobu, kterým Ti bude dána příležitost obdržeti prostředky, aby se mohlo něco z oboru mathematiky zkoumati pomocí mechaniky. Jsem pak přesvědčen, že toto jest prospěšno nicméně i k důkazu vět samých. A přece, ačkoliv se mně některé z nich dříve objevily mechanicky, byly dokázány později i geometricky, poněvadž zkoumání pomocí tohoto způsobu jest jakoby bez důkazu; snadnější však zajisté jest podati důkaz, když se napřed obdrží pomocí tohoto způsobu

jakási znalost předmětu zkoumaného, než vynalézti jej, když se nic ještě nezná . . . . právě proto i při těchto větách, jejichž důkaz první Eudoxos našel, týkajících se kužele a jehlanu, že totiž jest kužel třetinou válce, jehlan pak hranolu, majícího základnu tutéž a výšku stejnou, nemenší zásluhu přisoudil by někdo Demokritovi, který první vyjádření o řečeném útvaru bez důkazu učinil. Nám pak se přihází, že i věty nyní vyslovené nalezení . . . . . nejdříve vzniklo . . . . . jest však třeba způsob nutně ukázati jednak i k vůli tomu, co jsme dříve o něm řekli, aby se některým nezdálo, že planou řeč povídáme, jakož i věřícím, že mathematice přispívá nemalým užitkem. Domnívám se zajisté, že někteří buď ze současníků nebo z potomků pomocí ukázaného způsobu i jiné poznatky nám ještě se nevyskytnuvší naleznou. Píšeme tedy nejdříve to, co také nejdříve se objevilo pomocí mechaniky, že každý úsek paraboly jest roven čtyřem třetinám trojúhelníka majícího tutéž základnu a stejnou výšku; po tomto pak každou větu z těch, které tímtéž způsobem byly vyzkoumány. Na konci pak knihy napíšeme důkazy geometrické . . . .

Odejme-li se z nějakého množství hmoty nějaká část, nemající totéž těžiště s celkem, jest těžiště zbývající části na přímce spojující těžiště celého množství a části odňaté, prodloužené na tutéž stranu, na které jest těžiště celku, a to v takové vzdálenosti na prodloužené spojnici řečených těžišť, že tato jest v témže poměru ke vzdálenosti obou těžišť, v jakém jest váha odňatého množství k váze zbývajícího. Jsou-li těžiště kolikakoli hmot na téže přímce, bude i těžiště hmoty ze všech složené na téže přímce. Celé úsečky těžiště jest ve středu úsečky. Celého trojúhelníka těžištěm jest bod, v němž se protínají navzájem přímky vedené z úhlů trojúhelníka ke středům stran. Celého rovnoběžníka těžištěm jest bod, v němž úhlopříčky se sbíhají. Těžištěm kruhu jest bod, který jest i středem kruhu. Celého válce těžištěm jest střed osy. Celého kužele těžištěm jest bod, který dělí osu tak, že úsek přilehající k vrcholu jest třikráte větší než úsek přilehající k základně kužele. . . . .

Budiž ABC (Obr. 1.) úsek omezený úsečkou AC a parabolou ABC a úsečka AC rozpůlena budiž bodem D a podél průměru budiž vedena DBE a spojeny buďtež body A a B, B a C. Pravím, že úsek jest roven čtyřem třetinám trojúhelníka ABC. Buďtež vedeny z bodů A, C přímka AF rovnoběžně s DBE, pak CF paraboly se dotýkající a budiž prodloužena CB k bodu K a budiž $KH = CK$. Budiž dále úsečkou CH vyznačeno vahadlo a střed jeho K a úsečka s ED rovnoběžně jdoucí MX. Protože však ABC jest parabolou a CF se jí dotýká a CD jest pravidelně položeno, jest $EB = BD$; toto zajisté v „Základech“ se dokazuje. Následkem toho a protože FA, MX jsou rovnoběžny s ED, jest jednak $MN = NX$ a pak $FK = KA$. A proto jest $CA : AX = MX : XO$. Toto zajisté se dokazuje v „Lemmatech“. Jest však též $CA : AX = CK : KN$ a $CK = KH$ a tedy $HK : KN = MX : XO$. A poněvadž $MN = NX$, jest bod N těžištěm úsečky MX. Položíme-li tedy úsečku $IG = XO$ a považujeme-li bod H za její těžiště, jako by bylo $IH = HG$, bude IHG v rovnováze s úsečkou MX na svém místě zůstávající, jednak proto, že úsečka HN jest bodem H dělena v obráceném poměru vah úseček IG a MX a že jest $HK : KN = MX : GI$, tak že těžištěm váhy z obou úseček jest K. Podobně i kolikkoli by se

vedlo v trojúhelníku FAC rovnoběžek s úsečkou ED, budou v rovnováze na svých místech zůstávajíce s úsečkami odťatými z nich parabolou a přenesenými k bodu H tak, že jest bod K těžištěm z obou úseček. A protože z úseček ležících v trojúhelníku CFA, trojúhelník CFA se skládá, v parabole však z úseček s XO podobně vzatých úsek ABC se skládá, bude trojúhelník FAC, na svém místě zůstávaje, v rovnováze s úsekem paraboly rozloženým kolem těžiště H za bodem K tak, že těžištěm z obou jest K. Budiž pak úsečka CK rozdělena bodem T tak, že jest CK = 3KT. Bude tedy bod T těžištěm trojúhelníka CFA; jest to zajisté dokázáno v „Isorropikách". Budiž tedy trojúhelník CFA na svém místě zůstávaje v rovnováze s úsekem ABC rozloženým za bod K kolem těžiště H. A jest T těžištěm trojúhelníka CFA; platí tedy, že jak se má trojúhelník CFA k úseku ABC, rozloženému kolem středu H, tak se má HK : KT. Jest však HK = 3KT a tedy trojúhelník CAF jest třikráte větší než úsek ABC. Jest však dále trojúhelník CAF čtyřikráte větší než trojúhelník ABC, poněvadž jednak jest FK = KA a pak AD = DC. Jest tedy úsek ABC roven $^4/_3$ trojúhelníka ABC. To bude zřejmo . . . .

Toto však tím, co bylo řečeno, není dokázáno; učinilo to však jakési objasnění, že ten závěrek jest pravdivý. Právě proto, že my vidouce to nedokázáno, domnívajíce se však, že závěrek jest pravdivý, uvedeme důkaz geometrický dříve oznámený, sami jej vynalezše.

Že pak celá koule čtyřikráte jest větší než kužel mající základnu rovnou největšímu kruhu z těch v kouli, výšku pak rovnou poloměru koule, a válec mající základnu rovnou největšímu kruhu z těch v kouli, výšku pak rovnou průměru koule, rovná se jedné celé a jedné polovině koule, takto se tímto způsobem vyzkoumá:

Budiž jakási koule (Obr. 2.), v níž největší kruh jest ABCD, průměry pak AC, BD navzájem kolmé. Budiž dále kruh v kouli kolem průměru BD kolmý ke kruhu ABCD a nad tímto budiž vepsán kužel, mající za vrchol bod A; a v prodlouženém svém plášti budiž kužel proťat rovinou vedenou bodem C rovnoběžně se základnou. Vytvoří tedy kruh kolmý k úsečce AC a jeho průměrem jest EF. Nad tímto kruhem budiž vztyčen válec mající osu rovnou AC, strany pak válce buďtež EL, FG. A budiž prodloužena úsečka CA a položena jí rovnou úsečka AH; budiž pak považována úsečka CH za vahadlo, A pak za jeho střed. Budiž dále vedena nějaká rovnoběžka MN ku přímce BD. Tato protniž kružnici ABCD v bodě X a O, průměr pak v bodě S, přímku AE v bodě P, AF v R a přímkou MN proložena budiž rovina kolmá k AC. Vytvoří pak tato jednak ve válci řez kruhový, jehož průměrem bude MN, v kouli pak ABCD kruh, jehož průměrem bude XO a v kuželi AEF kruh, jehož průměrem bude PR. A potom jest AC.AS = MS.PS, neboť AC = MS a pak AS = PS. Avšak $AC.AS = AX^2 = XS^2 + PS^2$, tedy $MS.PS = XS^2 + PS^2$. A protože jest AC : AS = MS : PS a pak AC = AH, platí i $AH : AS = MS : PS = MS^2 : MS.PS$. Bylo však dokázáno, že $MS.PS = XS^2 + PS^2$. Tedy $AH : AS = MS^2 : (XS^2 + PS^2)$ a dále $MS^2 : (XS^2 + PS^2) = MN^2 : (XO^2 + PR^2)$. Jak se však má $MN^2 : (XO^2 + PR^2)$, tak se má kruh ve válci, jehož průměrem jest MN, k oběma kruhům totiž k tomu v kuželi, jehož průměrem jest PR a pak k tomu v kouli, jehož průměrem jest XO. Jak se tedy má AH : AS, tak se má kruh ve válci ke kruhům v kouli a v kuželi. Protože tedy jak se má AH : AS, tak se má

kruh ve válci, na svém místě zůstávaje, k oběma kruhům, jejichž průměry jsou XO, PR, přeneseným a položeným k bodu H tak, že každého z nich těžištěm jest bod H, budou v rovnováze vzhledem k bodu A. Podobně se ukáže, že i jestliže by se jiná rovnoběžka vedla s EF v rovnoběžníku LF a vedenou rovnoběžkou by se proložila rovina kolmá k AC, že vzniklý kruh ve válci bude v rovnováze vzhledem k bodu A, na svém místě zůstávaje, s oběma kruhy i s tím v kouli vzniklým i v kuželi, přenesenými a položenými na vahadle k bodu H tak, že těžištěm každého z nich jest bod H. Když se tedy vyplní válec kruhy vybranými i koule i kužel, bude válec vzhledem k bodu A v rovnováze, na svém místě zůstávaje, s oběma tělesy, i s koulí i s kuželem, přenesenými a položenými na vahadle k bodu H tak, že každého z nich těžištěm jest H. Poněvadž tedy řečené útvary jsou v rovnováze vzhledem k bodu A, totiž válec rozložený kolem těžiště K a pak koule a kužel přenesené, jak bylo řečeno, k těžišti H, bude platiti úměra: Jak se má AH : AK, tak se má válec ke kouli a kuželi. Jest však AH = 2AK; tedy i válec jest dvakráte větší než obě tělesa dohromady, totiž koule i kužel. Třikráte jest však větší než kužel samotný. Tři tedy kužele rovny jsou dvěma kuželům těmže a dvěma koulím. Buďtež na obou stranách odečteny dva kužele. Jeden tedy kužel, mající za osový řez trojúhelník AEF roven jest řečeným dvěma koulím. Kužel pak, jehož osovým řezem jest trojúhelník AEF roven jest osmi kuželům, jejichž osovým řezem jest trojúhelník ABD, poněvadž jest EF = 2BD. Proto řečených osm kuželů rovná se dvěma koulím. Jest tedy koule, jejíž největší kruh jest ABCD čtyřikráte větší než kužel, jehož vrcholem jest bod A a základnou kruh kolem průměru BD kolmý k AC. Buďtež vedeny body B, D v rovnoběžníku LF rovnoběžky UBV, YDZ s AC a budiž vyznačen válec, jehož základnami jsou kruhy kolem průměrů UX, VZ, osou pak AC. Protože však válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UZ, jest dvakráte větší než válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UD, sám však tento jest třikráte větší než kužel, jehož osovým řezem jest trojúhelník ABD, jak se dokazuje v „Základech“, jest válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UZ, šestkráte větší než kužel, jehož osovým řezem jest trojúhelník ABD. Bylo však dokázáno, že koule, jejíž největší kruh jest ABCD, jest čtyřikráte větší než týž kužel. Jest tedy válec roven jedné celé a jedné polovici koule, což se právě mělo dokázati. Z této pak věty, že celá koule jest čtyřikráte větší než kužel, mající za základnu největší kruh, výšku pak rovnou poloměru koule, vznikla myšlenka, že povrch celé koule jest čtyřikráte větší než největší kruh z těch v kouli. Byl zajisté předpoklad, že i celý kruh roven jest trojúhelníku, majícímu za základnu obvod kruhu, výšku pak rovnou poloměru kruhu, i že celá koule jest rovna kuželi, majícímu za základnu povrch koule, výšku pak rovnou poloměru koule. Shledává se tímto způsobem také, že válec mající základnu rovnou největšímu kruhu z těch v rotačním ellipsoidu, výšku pak rovnou ose ellipsoidu, jest jednou a půlkráte větší než ellipsoid. Toto až se vyzkoumá, bude zřejmo, že když se protne celý ellipsoid rovinou jdoucí středem kolmo k ose, jest polovice ellipsoidu dvakráte větší než kužel mající základnu s úsekem společnou a osu tutéž.

Budiž (Obr. 3.) nějaký rotační ellipsoid a budiž proťat rovinou procházející osou a vznikniž na povrchu jeho elliptický řez ABCD; průměry pak

jeho buďtež AC, BD a středem K. Budiž dále v ellipsoidu kruh kolem průměru BD kolmý k AC. Budiž dále vyznačen kužel mající za základnu řečený kruh, za vrchol pak bod A, a v prodlouženém svém plášti budiž kužel proťat rovinou jdoucí bodem C rovnoběžně se základnou. Bude pak jeho řezem kruh kolmý k AC a průměrem jeho EF. Budiž dále i válec mající za základnu týž kruh, jehož průměrem jest EF a za osu úsečku AC a v prodloužené úsečce CA budiž jí rovnou položena AH. Značiž dále HC vahadlo, A pak jeho střed. Budiž pak vedena v rovnoběžníku LF nějaká rovnoběžka MN s EF a přímkou MN proložena budiž rovina kolmo k AC. Vytvoří pak tato ve válci řez kruhový, jehož průměrem MN, v ellipsoidu však řez kruhový, jehož průměrem XO, a v kuželi řez kruhový, jehož průměrem PR. A proto jest $CA : AS = EA : AP = MS : SP$. Avšak $CA = AH$. Tedy $HA : AS = MS : SP$. Jest však $MS : SP = MS^2 : MS.SP$ a pak $MS.SP = SP^2 + SX^2$, protože zajisté jest $AS.SC : SX^2 = AK.KC : KB^2 = AK^2 : KB^2$. Dále jest $AK^2 : KB^2 = AS^2 : SP^2$. Záměnou pak vznikne úměra $AS^2 : AS.CS = SP^2 : SX^2$. Jest však $AS^2 : AS.SC = SP^2 : SP.MP$ a tudíž $MP.SP = SX^2$. K oběma stranám budiž připočteno SP^2, čímž obdržíme $MS.SP = SP^2 + SX^2$. Bude pak $HA : AS = MS^2 : (SP^2 + SX^2)$. Jak se však má $MS^2 : (SX^2 + SP^2)$, tak se má kruh ve válci, jehož průměrem jest MN, k oběma kruhům, jejichž průměry jsou XO, PR. Bude tedy kruh, jehož průměrem jest MN, v rovnováze vzhledem k bodu A, na svém místě zůstávaje s oběma kruhy, jejichž průměry jsou XO, PR, přenesenými a rozloženými na vahadle kolem H tak, že těžištěm každého z nich jest H. Obou pak přenesených kruhů dohromady, jejichž průměry jsou XO, PR, těžištěm jest H. A jak se má tedy $HA : AS$, tak se má kruh, jehož průměrem MN, k oběma kruhům, jejichž průměry XO, PR. Podobně se dokáže, i jestliže by se jiná rovnoběžka s EF vedla v rovnoběžníku LF a vedenou by se proložila rovina kolmá k AC, že vzniklý kruh ve válci bude v rovnováze vzhledem k bodu A na svém místě zůstávaje, s oběma kruhy dohromady, totiž s tím v ellipsoidu vzniklým i v kuželi, přenesenými a rozloženými na vahadle u bodu H tak, že těžištěm každého z nich jest H. Když se tedy vyplní vybranými kruhy válec i ellipsoid i kužel, bude válec v rovnováze vzhledem k bodu A na svém místě zůstávaje, s ellipsoidem i kuželem přenesenými a rozloženými na vahadle u bodu H tak, že každého z nich těžištěm jest H. Jest však těžištěm válce K, ellipsoidu pak a kužele, obou dohromady, jak bylo řečeno, těžištěm jest H. Platí tedy úměra, že jak se má $HA : AS$, tak se má válec k oběma, totiž k ellipsoidu i kuželi. Jest však $HA = 2AK$; proto i válec jest dvakráte větší než oba, totiž ellipsoid a kužel. Jeden tedy válec jest roven dvěma kuželům a dvěma ellipsoidům. Jeden však válec jest roven třem kuželům těmže. Tři tedy kužele jsou rovny dvěma kuželům a dvěma ellipsoidům. Na obou stranách buďtež odečteny dva kužele. Zbylý tedy jeden kužel, jehož osovým řezem jest trojúhelník AEF jest roven dvěma ellipsoidům. Jeden pak kužel sám jest roven osmi kuželům, jejichž osovým řezem jest trojúhelník ABD. Tedy osm řečených kuželů jest rovno dvěma ellipsoidům a proto čtyři kužele rovny jednomu ellipsoidu. Jest tedy ellipsoid čtyřikráte větší než kužel, jehož vrcholem jest bod A, základnou pak kruh kolem průměru BD kolmý k LE a polovice ellipsoidu jest dvakráte větší než řečený kužel, buďtež pak vedeny body B, D v rovnoběžníku LF s AC rovnoběžky UV,

YZ a vyznačen budiž válec, jehož základnami jsou kruhy kolem průměrů UY, VZ, osou pak přímka AC. Poněvadž válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UZ, jest dvakráte větší než válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UD, protože jejich základny jsou si rovny, avšak osa prvního dvakráte větší než osa druhého. Sám však válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UD, jest třikráte větší než kužel, jehož vrcholem jest bod A a základnou kruh kolem průměru BD kolmý k AC. Jest tedy válec, jehož osovým řezem jest rovnoběžník UZ šestkráte větší než řečený kužel. Bylo však dokázáno, že ellipsoid jest čtyřikráte větší než týž kužel. Jest tedy válec jednou a půlkráte větší než ellipsoid.

Že každý úsek rotačního paraboloidu odťatý rovinou kolmou k ose jest jednou a půlkráte větší než kužel mající základnu společnou s úsekem a osu tutéž, takto se pomocí tohoto způsobu zkoumá: Budiž (Obr. 4.) rotační paraboloid proťat osovým řezem a vytvořiž v povrchu řez parabolický CAB; budiž dále proťat ještě druhou rovinou kolmou k ose a budiž jejich průsečnicí BC, osou pak úseku DA a prodloužena buď úsečka DA k H a jí rovnou položena budiž AH a značiž DH vahadlo, A pak jeho střed. Budiž dále základnou úseku kruh kolem průměru BC kolmý k AD a vyznačen buď kužel mající za základnu kruh, jehož průměrem jest BC, za vrchol pak bod A. Budiž dále i válec mající za základnu kruh, jehož průměrem BC, za osu pak AD. Budiž pak vedena v rovnoběžníku nějaká rovnoběžka MN s BC a proložena budiž úsečkou MN rovina kolmá k AD. Vytvoří pak tato ve válci řez kruhový, jehož průměrem MN, v úseku rotačního paraboloidu řez kruhový, jehož průměrem XO. A poněvadž CAB jest parabolou, AD průměrem jejím a rovnoběžně jsou vedeny XS a BD, platí úměra $DA : AS = BD^2 : XS^2$; jest však $DA = AH$. Tedy $HA : AS = MS^2 : SX^2$. Jak se však má $MS^2 : SX^2$, tak se má kruh ve válci, jehož průměrem MN, ke kruhu v úseku paraboloidu, jehož průměrem XO. Platí tedy že, jak se má HA : AS, tak se má kruh, jehož průměrem MN, ke kruhu, jehož průměrem XO. Jest tedy kruh ve válci, jehož průměrem MN, v rovnováze vzhledem k bodu A na svém místě zůstávaje s kruhem, jehož průměrem XO, přeneseným a rozloženým na vahadle u bodu H tak, že těžištěm jeho jest H. A jest těžištěm kruhu, jehož průměrem jest MN, bod S, kruhu však přeneseného, jehož průměrem jest XO, těžištěm H. V témže poměru jest HA : AS, jako kruh, jehož průměrem MN, ke kruhu, jehož průměrem XO. Podobně se dokáže, i jestliže by se nějaká jiná rovnoběžka vedla s BC v rovnoběžníku EC a vedenou by se proložila rovina kolmá k AH, že v rovnováze bude vzhledem k bodu A kruh vzniklý ve válci, na svém místě zůstávaje, s kruhem vzniklým v paraboloidu přeneseným na vahadle k bodu H tak, že těžištěm jeho jest H. Když se tedy vyplní válec i úsek paraboloidu, bude válec vzhledem k bodu A v rovnováze, na svém místě zůstávaje, s úsekem paraboloidu přeneseným a rozloženým na vahadle kolem bodu H tak, že těžištěm jeho jest H. Poněvadž tedy jsou řečené veličiny vzhledem k bodu A v rovnováze a bod K jest těžištěm válce a úsečka AD jest bodem K půlena, úseku pak přeneseného těžištěm jest H, bude HA : AK v témže poměru jako válec k úseku. Jest však $HA = 2AK$; tedy i válec dvakráte jest větší než úsek. Válec sám jest však třikráte větší než kužel, mající za základnu kruh, jehož průměrem jest BC, a za vrchol bod A. Zjevno jest tedy, že úsek jest jednou a půlkráte větší než týž kužel.

Že těžiště úseku rotačního paraboloidu, odťatého rovinou kolmou k ose, jest na přímce, která jest osou úseku, a to na řečené přímce rozdělené tak, že část její u vrcholu jest dvakráte větší než zbývající úsek, takto pomocí tohoto způsobu se zkoumá: Budiž úsek rotačního paraboloidu odťatý rovinou kolmou k ose a budiž proťat druhou rovinou jdoucí osou a vytvořiž v povrchu parabolický řez CAB. Průsečnicí roviny úsek odtínající a řezu budiž BC, osou pak úseku a průměrem řezu BAD budiž přímka AD. Na prodloužené úsečce AD budiž nanesena jí rovná AH a značiž DH vahadlo a A jeho střed. Budiž dále do úseku vepsán kužel, jehož strany jsou BA, AC. Budiž pak v parabole vedena nějaká rovnoběžka XO s BC; protínejž tato parabolu v X a O, strany kužele pak v bodech P, R. Poněvadž v parabole jsou XS, BD kolmo vedeny na průměr, platí úměry $DA : AS = BD^2 : XS^2$, $DA : AS = BD : PS$, $BD : PS = BD^2 : BD.PS$. Bude tedy i $BD^2 : XS^2 = BD^2 : BD.PS$. Proto $XS^2 = BD.PS$. A tudíž $BD : PS = XS^2 : PS^2$. Dále jest $BD : PS = DA : AS = HA : AS$ a proto $HA : AS = XS^2 : PS^2$. Budiž pak vedena přímkou XO rovina kolmá k AD. Tato vytvoří v úseku paraboloidu kruh, jehož průměrem XO, v kuželi kruh, jehož průměrem PR. A platí úměra $HA : AS = XS^2 : PS^2$. Jak se však má $XS^2 : PS^2$, tak se má kruh, jehož průměrem XO, ke kruhu, jehož průměrem PR. Tedy jak se má $AH : AS$, tak se má kruh, jehož průměrem XO, ke kruhu, jehož průměrem PR. Bude tedy kruh, jehož průměrem XO, v rovnováze vzhledem k bodu A, na svém místě zůstávaje, s kruhem, jehož průměrem PR, přeneseným na vahadle k bodu H tak, že těžištěm jest H. Protože však těžištěm kruhu, jehož průměrem XO, na svém místě zůstávajícího, jest S, kruhu pak, jehož průměrem PR, přeneseného, jak bylo řečeno, těžištěm jest H a v témže poměru jest $HA : AS$, v jakém jest kruh, jehož průměrem XO, ke kruhu, jehož průměrem PR, budou v rovnováze vzhledem k bodu A. Podobně se dokáže, i jestliže by se nějaká jiná rovnoběžka vedla v parabole s BC a vedenou by se proložila rovina kolmá k AD, že kruh vzniklý v úseku paraboloidu, na svém místě zůstávaje, bude v rovnováze vzhledem k bodu A s kruhem vzniklým v kuželi přeneseným a rozloženým na vahadle u bodu H tak, že těžištěm jeho jest H. Když se tedy vyplní kruhy, úsek i kužel, budou v rovnováze vzhledem k bodu A všechny kruhy položené v úseku, na svých místech zůstávajíce, se všemi kruhy v kuželi přenesenými a rozloženými na vahadle u bodu H tak, že jejich těžištěm jest H. V rovnováze tedy jest i úsek paraboloidu vzhledem k bodu A, na svém místě zůstávaje, s kuželem přeneseným a rozloženým na vahadle u bodu H tak, že těžištěm jeho jest H. Protože však těžištěm obou těles dohromady za jediné považovaných jest A, samotného kužele však přeneseného těžištěm H, jest těžiště zbývajícího tělesa na přímce AH prodloužené přes A, na níž se odetne délka AK tak veliká, že AH jest k ní v témže poměru, v jakém jest úsek ke kuželi. Jest však úsek jednou a půlkráte větší než kužel. Tedy i $HA = 1^1/_2 AK$; a jest těžiště paraboloidu bod K na přímce AD rozdělené tak, že díl její při vrcholu jest dvakráte větší než úsek zbývající.

Celé polokoule těžiště jest na přímce, která jest její osou, rozdělené tak, že úsek její při povrchu polokoule jest ke zbývajícímu úseku v témže poměru jako $5 : 3$. Budiž koule (Obr. 5.) a proťata buď rovinou jdoucí středem a vznikniž na povrchu kruhový řez ABCD. Buďtež pak průměry

kruhu AC, BD vzájemně kolmé a budiž průměrem BD proložena rovina kolmá k AC. Budiž dále kužel mající za základnu kruh kolem průměru BD, za vrchol pak bod A; stranami kužele buďtež BA, DA. Budiž dále prodloužena úsečka CA a položeno buď $CA = AH$. Značiž pak přímka AC vahadlo, A jeho střed a v polokruhu BAD budiž vedena nějaká rovnoběžka XO s BD. Protniž pak tato obvod polokruhu v X, O, strany kužele v bodech P, R a AC v E. Nad XO vztyčena budiž rovina kolmá k AE. Vytvoří pak tato v polokouli kruhový řez, jehož průměrem XO, v kuželi kruhový řez, jehož průměrem PR. A proto jest: $AC : AE = XA^2 : AE^2$; jest však $XA^2 = AE^2 + EX^2$ a $AE = EP$; tedy $AC : AE = (XE^2 + EP^2) : EP^2$. Jak se však má $(XE^2 + EP^2) : EP^2$, tak se má kruh kolem průměru XO a kruh kolem průměru PR ke kruhu kolem průměru PR. A jest $CA = AH$; jak se tedy má $AH : AE$, tak se má kruh kolem průměru XO a kruh kolem průměru PR ke kruhu kolem průměru PR. Budou tedy v rovnováze vzhledem k bodu A oba kruhy, jejichž průměry jsou XO a PR, na svých místech zůstávajíce, s kruhem, jehož průměrem PR, přeneseným a rozloženým u H tak, že těžištěm jeho jest H. Poněvadž pak obou kruhů, jejichž průměry jsou XO, PR, na svých místech zůstávajících, těžištěm jest

. . . .

. . . .

Zkoumá se dále pomocí tohoto způsobu i, že každý úsek koule má se ke kuželi . . . .

. . . .

a nad MN (Obr. 7.) vztyčena budiž rovina kolmá k AC. Vytvoří pak tato ve válci kruhový řez, jehož průměrem jest MN, v úseku koule kruhový řez, jehož průměrem XO, v kuželi, jehož základnou jest kruh kolem průměru EF, vrcholem pak bod A kruh, jehož průměrem jest PR. Podobně jako dříve se dokáže, že jest v rovnováze vzhledem k bodu A, kruh, jehož průměrem MN, na svém místě zůstávaje, s oběma kruhy, jejichž průměry XO, PR . . . .

. . . .

Když se tedy vyplní kruhy i válec i kužel a úsek koule, bude v rovnováze i válec na svém místě zůstávaje s oběma dohromady, totiž s kuželem a kulovým úsekem, přeneseným a rozloženým na vahadle u H. Budiž pak rozdělena úsečka AC body U a V tak, že $AU = UG$, $AV = 3VG$. Bude pak těžištěm válce U, poněvadž jest středem osy AG, kužele V . . . . . . Poněvadž tedy jsou řečená tělesa v rovnováze vzhledem k bodu A, bude se míti $HA : AU$ tak jako válec k oběma, totiž ke kuželi, jehož průměrem základny EF a úseku koule BAD . . . .

. . . .

a budiž prodlouženo AC (Obr. 6.) a položeno jemu rovno AH a poloměru koule rovno CX. Značiž dále CH vahadlo, A pak jeho střed. Budiž pak kolem středu G opsán kruh v rovině odtínající úsek délkou, rovnou AG a nad tímto kruhem opsán budiž kužel mající za vrchol bod A; stranami pak kužele buďtež AE, AF. Budiž dále vedena nějaká rovnoběžka KL s EF a setkejž se s povrchem úseku v K, L, se stranami kužele AEF v R, O, s AC v P. Jest pak $AC : AP = KA^2 : AP^2$ a $KA^2 = AP^2 + PK^2$, $AP^2 = PO^2$ a pak $AG^2 = EG^2$. Tedy $CA : AP = (PK^2 + PO^2) : PO^2$. Jak se však má $(KP^2 + PO^2) : PO^2$, tak se má kruh kolem průměru KL a kolem

průměru OR ke kruhu kolem průměru OR; a jest CA = AH. Tedy jak se má HA : AP, tak se má kruh kolem průměru KL a kolem průměru OR k tomu kolem průměru OR. Proto tedy jak se mají kruhy kolem průměrů KL, OR, k tomu kolem průměru OR, tak se má HA : AP; a přeložen budiž kruh kolem průměru OR a položen budiž na vahadle u H tak, že těžištěm jeho jest H. Jak se tedy má AH : AP, tak se má kruh kolem průměru KL a kolem průměru OR na svých místech zůstávajíce, ke kruhu kolem průměru OR přenesenému a rozloženému na vahadle u H tak, že těžištěm jeho jest H. Jsou tedy kruhy v rovnováze, totiž ten v úseku BAD a v kuželi AEF s tím v kuželi AEF, vzhledem k bodu A. Podobně i všechny kruhy v úseku BAD a v kuželi AEF, na svých místech zůstávajíce, jsou v rovnováze vzhledem k bodu A se všemi kruhy v kuželi AEF přenesenými a rozloženými na vahadle u H tak, že těžištěm jejich jest H. Tudíž i úsek koule ABD a kužel AEF jsou v rovnováze vzhledem k bodu A, na svých místech zůstávajíce, s kuželem AEF, přeneseným a rozloženým na vahadle u H tak, že těžištěm jeho jest H. Budiž dále kuželi majícímu za základnu kruh kolem průměru EF, za vrchol pak bod A, roven válec MN a protato budiž AG v bodě U tak, že jest AG = 4UG. Jest tedy bod U těžištěm kužele AEF; toto zajisté dříve bylo uvedeno. A budiž ještě válec MN protat kolmým rovinným řezem tak, aby válec M byl v rovnováze s kuželem AEF. Protože tedy kužel AEF a úsek ABD jsou v rovnováze, na svých místech zůstávajíce, s kuželem AEF přeneseným a rozložeuým na vahadle u H tak, že těžištěm jeho jest H a kuželi AEF jest roven válec MN, a každý z válců M, N leží u H, jest válec MN v rovnováze s oběma; a v rovnováze jest N s úsekem koule vzhledem k bodu A. Proto jak se má úsek koule ABD ke kuželi, jehož základnou jest kruh kolem průměru BD, vrcholem pak bod A, tak se má GX : GC; toto zajisté dříve bylo uvedeno. Jak se však má kužel BAD ke kuželi AEF, tak se má kruh kolem průměru BD ke kruhu kolem průměru EF. Jak se však má ten kruh k onomu kruhu, tak se má $BG^2 : EG^2$. A jest $BG^2 = CG.GA$, $GE^2 = GA^2$ a $CG.GA : GA^2 = CG : GA$. Jak se tedy má kužel BAD ke kuželi AEF, tak se má CG : GA. Bylo však i dokázáno, že jak se má kužel BAD k úseku BAD, tak se má CG : GX. Srovnáním pak obdržíme, že jak se má úsek BAD ke kuželi AEF, tak se má XG : GA. Jest pak dále $AT : TG = (AG + 4CG) : (AG + 2CG)$. Záměnou pak obdržíme $GT : TA = (2CG + GA) : (4CG + GA)$. Sloučením vznikne $GA : AT = (6CG + 2GA) : (GA + 4GC)$. Dále jest $\frac{6GC + 2GA}{4} = GX$ a $\frac{4GC + GA}{4} = CU$. Toto zajisté jest zřejmo. Tedy $GA : AT = GX : CU$; tak že i $GX : GA = CU : TA$. Bylo však též dokázáno, že jak se má GX : GA, tak se má úsek, jehož vrcholem jest bod A a základnou kruh kolem průměru BD ke kuželi, jehož vrcholem jest bod A a základnou kruh kolem průměru EF. Jak se tedy má úsek BAD ke kuželi AEF, tak se má CU : TA. A protože válec M jest v rovnováze s kuželem EAF vzhledem k bodu A a těžištěm válce jest H a kužele AEF bod U, bude, že jak se má kužel k válci M, tak se má AH : AU to jest jako CA : AU. I jest válec MN roven kuželi AEF. Rozložením obdržíme, že se má válec M k válci N jako AU : CU. A jest válec MN roven kuželi AEF; jak se tedy má kužel AEF k válci N tak se má CA : CU čili AH : CU. Bylo pak i dokázáno, že jak se má úsek BAD ke kuželi EAF, tak se má

CU : TA. Stejně tedy bude, že jak se má ABD k válci N, tak se má AH : AT. Dále bylo dokázáno, že jest úsek ABD v rovnováze s válcem N vzhledem k bodu A; a jest H těžištěm válce N a tedy těžištěm úseku BAD bod T. Podobně pak tomuto se shledává i, že těžiště celého úseku koule jest na přímce, která jest osou úseku, rozdělené tak, že část její při vrcholu úseku k ostatní části jest v témže poměru, v jakém jsou obě, totiž osa úseku a čtyřnásobná osa v úseku protilehlém k oběma, totiž k ose úseku a dvojnásobné ose v úseku protilehlém. Shledává se i tímto způsobem, že i úsek rotačního hyperboloidu má se ke kuželi, majícímu základnu společnou a výšku stejnou, jako se má výška úseku zvětšená o trojnásobnou hlavní poloosu příslušné hyperboly, k výšce téhož hyperboloidu zvětšené o dvojnásobnou hlavní poloosu hyperboly a ještě mnoho jiného, což však zanecháme a vrátíme se k nahoře uvedeným větám, poněvadž způsob zkoumání jest uvedenými příklady ukázán.

Vepíše-li se do kolmého hranolu, majícího základny čtvercové, válec, mající základny v protilehlých čtvercích, pláštěm ostatních čtyř rovin rovnoběžníkových se dotýkající, a vede-li se rovina středem kruhu, který jest základnou válce, a jednou stranou čtverce protilehlého, shledá se tímto způsobem, že vedenou rovinou odťatý útvar jest šestým dílem celého hranolu. Až to dokážeme, přistoupíme k důkazu této věty pomocí geometrie. Budiž vyznačen kolmý hranol, mající základny čtvercové a v hranolu vepsaný válec, jak bylo řečeno. Rozdělí-li se pak hranol osovým řezem kolmým k rovině odtínající úsek válce, bude řezem hranolu válec obsahujícího rovnoběžník AB (Obr. 8), průsečnicí pak roviny úsek z válce odtínající a roviny osou vedené kolmo k rovině odtínající úsek z válce bude přímka BC, osou pak hranolu a válce budiž přímka CD a půliž ji EF. A proložena budiž přímkou EF rovina kolmá k CD; vytvoří pak tato v hranolu řez čtvercový a ve válci řez kruhový. Budiž tedy řezem hranolu čtverec MN (Obr. 9.), válce však kruh XOPR a dotýkejž se kruh stran čtverce v bodech X, O, P, R; průsečnicí pak roviny odtínající úsek z válce a roviny vedené přímkou EF kolmo k ose válce budiž přímka KL; půlí ji pak PHX. Budiž vedena nějaká přímka ST v půlkruhu OPR kolmá k PU a jí proložená rovina kolmá k XP budiž prodloužena na obě strany roviny, v níž jest kruh XOPR; vytvoří pak tato v polováleci, jehož základnou jest polokruh OPR, výškou pak osa hranolu, řez rovnoběžníkový, jehož jedna strana bude rovna ST, druhá pak straně válce, a dále v úseku z válce odťatém vytvoří řez rovnoběžníkový, jehož jedna strana rovna jest ST, druhá však NV. Bude pak NV takto vedená v rovnoběžníku DE rovnoběžna s BZ, odtínajíc úsečku EJ = PU. A poněvadž jest EC rovnoběžníkem a NJ || CH a protíná se HE s CB, jest HE : HI = CZ : CN = BZ : VN. Jak se však má BZ : VN, tak se má rovnoběžník vzniklý v polováleci ke vzniklému v úseku odťatém z válce, neboť ST jest společnou stranou rovnoběžníků. A jest HE = HP a HJ = HU a pak HP = XH. Tedy jak se má XH : HU, tak se má rovnoběžník vzniklý v polováleci ke vzniklému v úseku válce. Budiž vyznačen rovnoběžník v úseku přeložený a ležící u X tak, že těžištěm jeho jest X a ještě značiž XP vahadlo a H jeho střed. Bude pak rovnoběžník v polováleci vzhledem k bodu H v rovnováze, na svém místě zůstávaje, s rovnoběžníkem vzniklým v úseku válce přeneseným a rozloženým na vahadle u bodu X tak, že těžištěm jeho jest bod X.

A poněvadž těžištěm rovnoběžníka vzniklého v poloválci jest U, těžištěm pak rovnoběžníka vzniklého v odťatém úseku a přeneseného X, jest XH : HU v témže poměru, v jakém jest rovnoběžník, o němž jsme řekli, že těžištěm jeho jest U. k rovnoběžníku, o němž jsme řekli, že jeho těžištěm jest X. Bude tedy rovnoběžník, jehož těžištěm jest U, v rovnováze vzhledem k bodu H, s rovnoběžníkem, jehož těžištěm jest X. Podobně se pak dokáže i, jestliže by se nějaká jiná kolmice vedla v polokruhu OPR k HP a vedenou by se proložila rovina kolmá k HP a jestliže by se prodloužila na obě strany roviny, v níž jest kruh XOPR, že bude vzniklý rovnoběžník v polováloi v rovnováze vzhledem k bodu H, na svém místě zůstávaje, s rovnoběžníkem vzniklým v úseku z válce odťatém přeneseným a rozloženým na vahadle u bodu X tak, že těžištěm jeho jest bod X. A tedy všechny rovnoběžníky vzniklé v polováloi, na svých místech zůstávajíce, budou v rovnováze vzhledem k bodu H se všemi rovnoběžníky vzniklými v úseku z válce odťatém, přenesenými a ležícími na vahadle u bodu X. Takže jest v rovnováze i polovalec, na svém místě zůstávaje, vzhledem k bodu H s úsekem odťatým, přeneseným a položeným na vahadle u X tak, že těžištěm jeho jest bod X. Budiž rovnoběžník MN kolmý k ose položen zvlášť . . . .
a vedeny buďtež HM, HG, (Obr. 10.) a proloženy buďte jimi roviny kolmé k rovině, v níž jest polokruh OPR, a buďtež řečené roviny prodlouženy na obě strany; vznikne tedy jakýsi hranol, mající základnu tak velikou, jak veliký jest trojúhelník HMG, výšku pak rovnou ose válce. A jest tento hranol čtvrtinou celého hranolu obsahujícího válec. Buďtež pak vedeny v polokruhu OPR a ve čtverci MN nějaké přímky LK, VT stejně vzdálené od XP; tyto protínají obvod polokruhu OPR v bodech K, T, průměr OR v S, F a HG, HM v Z, U. A buďtež vztyčeny nad LK, VT roviny kolmé k OR a prodlouženy buďtež na obě strany roviny, v níž jest kruh XOPR. Tyto vytvoří v polováloi, jehož základnou jest polokruh OPR, výška pak stejná s válcem, rovnoběžníkový řez, jehož jedna strana jest rovna KS, druhá pak rovna ose válce, v hranolu však HGM podobně rovnoběžník, jehož jedna strana bude rovna LZ, druhá pak rovna ose. Stejně pak vznikne v témže polováloi jakýsi rovnoběžník, jehož jedna strana jest rovna FT, druhá však rovna ose válce a v hranolu rovnoběžník, jehož jedna strana jest rovna VU, druhá pak rovna ose válce . . .
. . . .

Budiž hranol kolmý mající základny čtvercové a budiž jedna z jeho základen čtverec ABCD (Obr. 11.) a budiž vepsán do hranolu válec a budiž základnou válce kruh EFGH dotýkající se stran čtverce ABCD v bodech E, F, G, H. Středem pak jeho a stranou čtverce ležící v rovině naproti čtverci ABCD nad CD budiž vedena rovina. Tato odetne z celého hranolu jiný hranol, který bude čtvrtinou celého hranolu. Tentýž bude omezen třemi rovnoběžníky a dvěma trojúhelníky proti sobě ležícími. Budiž pak v polokruhu EFG vepsána parabola tak, že základnou její jest EG a průměrem jejím přímka KF. Budiž dále v rovnoběžníku DG rovnoběžka MN s KF. Tato protíná obvod polokruhu v X a parabolu v L. A jest $MN.LN = NF^2$. Toto zajisté jest zřejmo. Proto bude $MN : LN = GK^2 : LS^2$. A nad MN budiž vztyčena rovina kolmá k EG; vytvoří pak rovina v hranolu odťatém z celého hranolu řez trojúhelníkový pravoúhlý, jehož jedna

z odvěsen bude MN, a druhá v rovině nad CD kolmá k CD, vedená z bodu N rovná ose válce, přepona pak v samé rovině sečné. Vytvoří dále i v úseku odťatém z válce rovinou vedenou přímkou EG a stranou čtverce protější ku CD řez trojúhelníkový pravoúhlý, jehož jedna z odvěsen bude MX a druhá v plášti válce . . . . . . vedená . . . . . kolmá k rovině KN . . . . přepona . . . .

. . . .

bude pak že, jak se má trojúhelník vzniklý v hranolu k trojúhelníku vzniklému v úseku, tak se má . . . .

. . . .

. . . .

A bude, že, jak se mají všechny trojúhelníky v hranolu ke všem trojúhelníkům v odťatém úseku válce, tak se mají k sobě všechny úsečky v rovnoběžníku DG ke všem úsečkám obsaženým mezi parabolou a přímkou EG. Avšak z trojúhelníků v hranolu skládá se hranol, z trojúhelníků v úseku válce skládá se úsek, a dále z úseček obsažených v rovnoběžníku DG rovnoběžných s KF skládá se rovnoběžník DG a z úseček vedených od paraboly ku přímce EG úseč paraboly. Jak se tedy má hranol k úseku válce, tak se má rovnoběžník DG k úseči EFG omezené parabolou a přímkou EG. Rovnoběžník DG jest však roven třem polovinám úseče. To zajisté v předcházejícím výkladu bylo dokázáno. Jest tedy i hranol roven třem polovinám úseku odťatého z válce. Jaké tedy má úsek válce díly dva, takové má hranol tři. Jaké však má hranol tři, takových má celý hranol obsahující válec dvanáct, poněvadž jest první čtvrtinou druhého. Jaké tedy má úsek válce díly dva, takových má celý hranol dvanáct. Jest tedy úsek z válce odťatý šestým dílem hranolu.

Budiž hranol kolmý čtvercové základny mající . . . . a budiž jednou základnou čtverec ABCD a . . . . jak se má hranol k hranolu, tak se má kruh EFG . . . .

. . . .

. . . .

Tato rovina odtíná hranol z celého hranolu a z válce úsek válcový . . . že tento úsek odťatý z válce vedenou rovinou jest šestým dílem celého hranolu, bude dokázáno. Nejprve dokážeme, že bude možno do úseku z válce odťatého vepsati tělesný útvar a jiný opsati složený z hranolů stejnou výšku majících a za základny trojúhelníky podobné mající, takže opsaný útvar převyšuje vepsaný o méně než každá předložená veličina.

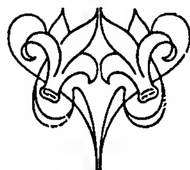
. . . .

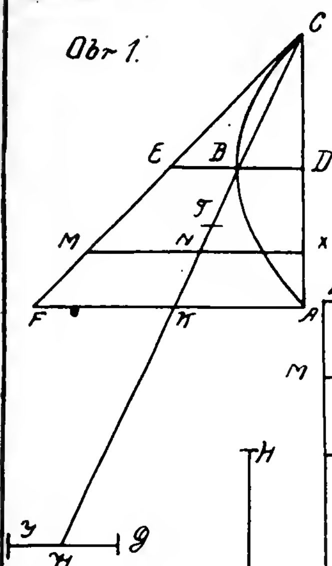
. . . .

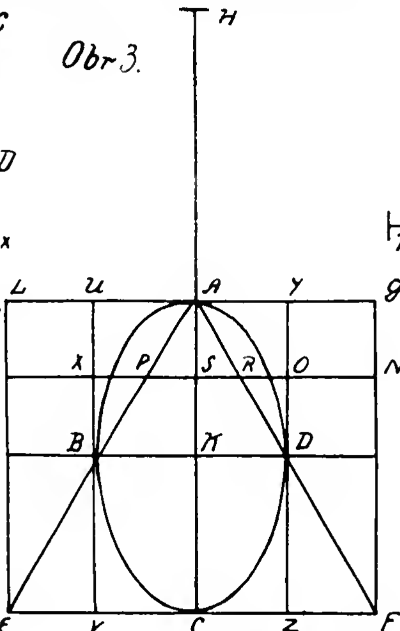
Bylo však dokázáno, že hranol šikmou rovinou odťatý jest menší než tři poloviny útvaru vepsaného do úseku z válce. Jak se má hranol šikmou rovinou oddělený k vepsanému útvaru do úseku z válce, tak se má rovnoběžník DG k vepsaným rovnoběžníkům do úseče omezené parabolou a přímkou EG. Jest tedy rovnoběžník DG menší než tři poloviny rovnoběžníků v úseči omezené parabolou a přímkou EG. Což však právě jest nemožno, poněvadž bylo jinde dokázáno, že rovnoběžník DG jest roven třem polovinám úseče omezené parabolou a přímkou EG. Není tedy větší . . . . A všechny hranoly v hranolu odťatém šikmou rovinou budou v témže poměru ke všem hranolům obsaženým v útvaru opsaném

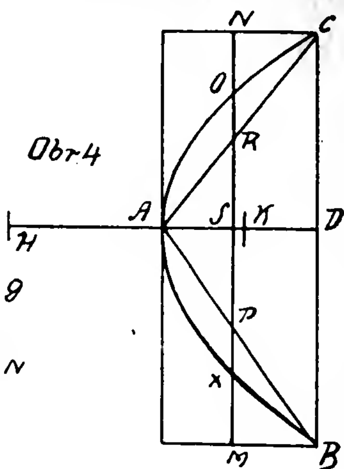
kolem úseku válce, v jakém jsou všechny rovnoběžníky v rovnoběžníku DG ke všem rovnoběžníkům v opsaném útvaru kolem úseče omezené parabolou a přímkou EG, čili hranol odťatý šikmou rovinou jest k útvaru opsanému kolem úseku válce v témže poměru, ve kterém jest rovnoběžník DG k útvaru omezenému parabolou a přímkou EG. Jest tedy hranol odťatý šikmou rovinou větší než tři poloviny útvaru tělesného opsaného . . . .

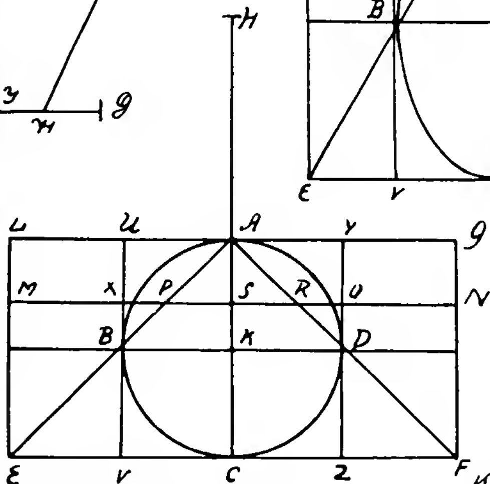
. . . .

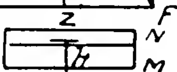


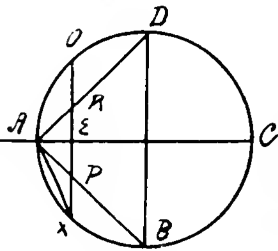








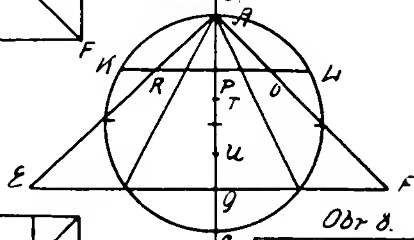


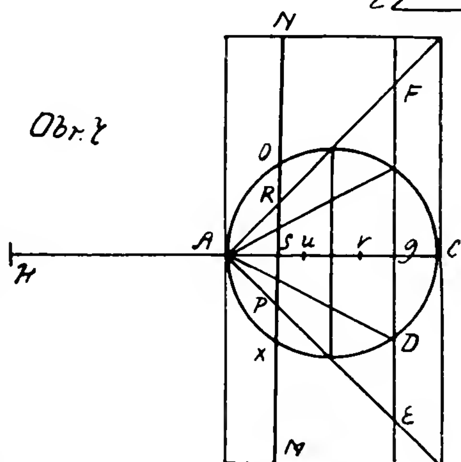


Obr 5.

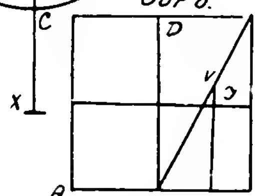
H

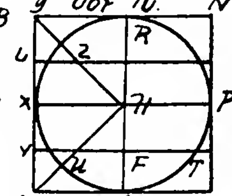
Obr 6.

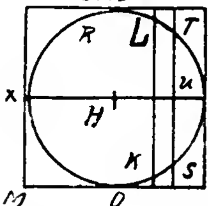


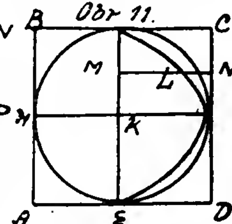


Obr 8.









Zpráva
o stavu gymnasia v škol. r. 1908—9.

I. Učitelstvo.

a) Změny.

α) Vystoupili: 1. Bundil Emil, suppl. učitel, jenž byl jmenován skut. učit. při c. k. reálce v Novém Městě.

2. Franc Josef, professor, jenž byl jmenován ředitelem zemské realky v Jevíčku.

3. Novák Josef, professor, jenž byl jmenován při II. čes. c. k. gymn. v Brně.

4. Dr. Polák Antonín, professor, jenž byl jmenován při c. k. čes. reálce v Čes. Budějovicích.

5. Štětka Karel, suppl. učitel, jenž byl jmenován při c. k. čes. gymn. v Uherském Hradišti.

6. Vlček Josef, skut. učitel, jenž byl jmenován při I. čes. c. k. gymn. v Brně.

7. Růžička František, vedl. učitel.

β) Přistoupili: 1. Maťocha Karel, professor, dosud na c. k. reálce v Novém Městě (výn. c. k. min. kult. a vyuč. z 5./6. 1908 čís. 8708; int. c. k. zem. šk. rady z 6./7. 1908 č. 15.944).

2. Soška Ambrož, skut. učitel, dosud prov. učitel při c. k. čes. gymn. v Uherském Hradišti (výn. min. z 27./8. 1908 č. 34692, int. z. š. r. z 9./9. č 23076).

3. Kamenář Jan, skut. učitel, dosud suppl. učit. při čes. zem. reálce v Kroměříži (výn. min. z 26./8. 1908 č. 35129; int. z. š. r. z 11./9. 1908 č. 23080).

4. Pobucký Jan, skut. učitel, dosud prov. učitel na gymnasiu v Zábřeze (výn. min. z 26./8. 1908 č. 34684; int. z. š. r. z 10./9. 1908 č. 23069).

5. Dichtl Alois, prov. učitel, dosud suppl. učitel při I. české c. k. reálce v Brně (výn. min. z 5./6. 1908. č. 8907; int. z. š. r. z 3./7. 1908 č. 15947).

6. Martinic Leopold, suppl. učitel, dosud při obecn. gymnasiu v Kyjově (výn. z. š. r. z 8./10. 1908 č. 25914).

Vedlejšími učiteli byli jmenováni výn. c. k. zem. šk. r. z 23./9. 1908 č. 26832 nově: Šána Jan, prof. a Lukšů Ladislav, suppl. učit. při zdejší české reálce; týmž výnosem byli jmenováni ostatní učitelé v násl. tab. uvedení.